

"ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ" (2018)

ЧАСТЬ 1. Линейные экстремальные задачи

1. Лемма об эквивалентных экстремальных задачах.
2. Примеры эквивалентных экстремальных задач.
3. Постановка задачи линейного программирования. Задача планирования производства как пример задачи линейного программирования.
4. Приведение общей задачи линейного программирования к эквивалентной задаче линейного программирования в канонической форме.
5. Лемма о базисном плане.
6. Теорема существования оптимального базисного плана у задачи линейного программирования в канонической форме. Организация перебора базисных планов.
7. Критерий существования решения у общей задачи линейного программирования.
8. Формулировка теоремы Фаркаша. Её интерпретация в двумерном случае.
9. Критерий существования неотрицательного решения у системы линейных уравнений.
10. Критерий совместности системы линейных уравнений и неравенств.
11. Основная лемма линейного программирования.
12. Критерий оптимальности для общей задачи линейного программирования.
13. Первая теорема двойственности в линейном программировании.
14. Критерий совместной разрешимости пары двойственных задач линейного программирования.
15. Вторая теорема двойственности в линейном программировании. Три эквивалентные формулировки условий дополненности.
16. Постановка задачи о матричных играх. Лемма об очистке.
17. Теорема о существовании ситуации равновесия в матричных играх.
18. Критерий существования ситуации равновесия в чистых стратегиях.
19. Симплекс-метод: проверка плана на оптимальность.
20. Симплекс-метод: условие неограниченности снизу целевой функции.
21. Симплекс-метод: переход к очередному базисному плану.

ЧАСТЬ 2. Нелинейные экстремальные задачи

1. Необходимые условия оптимальности для задачи нелинейного программирования с линейными ограничениями.
2. Теорема Лагранжа и теорема Куна-Таккера для экстремальных задач с линейными ограничениями.
3. Критерий выпуклости для дифференцируемых функций.
4. Критерий выпуклости для квадратичной функции.
5. Критерий оптимальности для задачи нелинейного программирования с выпуклой дифференцируемой целевой функцией и линейными ограничениями. Частные случаи.
6. Проектирование точки на подпространство.
7. Свойства матрицы ортогонального проектирования.
8. Проектирование точки на стандартный симплекс.
9. Критерий оптимальности для задачи квадратичного программирования. Решение задачи квадратичного программирования методом перебора активных ограничений-неравенств.
10. Основная лемма нелинейного программирования (без доказательства).
11. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.
12. Две эквивалентные формулировки условий Куна-Таккера.
13. Пример задачи нелинейного программирования, в единственном решении которой не выполняются условия Куна-Таккера.
14. Теорема о достаточности условий Куна-Таккера. Пример.
15. Достаточные условия оптимальности в задаче нелинейного программирования.
16. Необходимое условие оптимальности второго порядка в задаче нелинейного программирования (без доказательства).
17. Пример на использование условий оптимальности второго порядка в задаче нелинейного программирования.

ЧАСТЬ 3. Вариационные задачи

1. Основная лемма вариационного исчисления.
2. Квадратичная вариационная задача. Критерий оптимальности в интегральной форме.
3. Квадратичная вариационная задача. Критерий оптимальности в дифференциальной форме.
4. Необходимое условие Лежандра неотрицательной определенности интегральной квадратичной формы.
5. Критерий неотрицательной определенности интегральной квадратичной формы: доказательство достаточности.
6. Лемма о скруглении углов.
7. Критерий неотрицательной определенности интегральной квадратичной формы: доказательство необходимости.
8. Критерий положительной определенности интегральной квадратичной формы.
9. Описание всего множества решений квадратичной вариационной задачи.
10. Схема решения квадратичной вариационной задачи. Примеры.
11. Постановка нелинейной вариационной задачи. Естественная область определения нелинейного интегрального функционала.
12. Первый и второй дифференциалы нелинейного интегрального функционала (без доказательства).
13. Необходимые условия локального минимума первого и второго порядков в интегральной форме для вариационной задачи.
14. Вывод уравнения Эйлера.
15. Пример построения стационарной кривой в нелинейной вариационной задаче.
16. Теорема Гильберта о дифференцируемости.
17. Понижение порядка уравнения Эйлера.
18. Минимальная поверхность вращения. Двухпараметрическое семейство экстремалей.
19. Построение стационарной кривой в задаче о минимальной поверхности вращения.
20. Случай двух стационарных кривых в задаче о минимальной поверхности вращения.
21. Необходимое условие локального минимума второго порядка в нелинейной вариационной задаче (в терминах главного решения уравнения Якоби).
22. Достаточные условия строгого локального минимума в нелинейной вариационной задаче (без доказательства). Пример Эйлера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гавурин М. К., Малозёмов В. Н. *Экстремальные задачи с линейными ограничениями*. Л., 1984.
2. *Избранные лекции по экстремальным задачам. Часть первая*. Под ред. проф. В. Н. Малозёмова. СПб., 2017.
3. Ашманов С. А. *Линейное программирование*. М., 1981.
4. Буслаев В. С. *Вариационное исчисление*. Л., 1980.
5. Галеев Э. М., Тихомиров В. М. *Краткий курс теории экстремальных задач*. М., 1989.
6. Ашманов С. А., Тимохов А. В. *Теория оптимизации в задачах и упражнениях*. СПб., 2012.