

# РЕШЕНИЕ ВЫРОЖДЕННОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В СРЕДЕ PASCAL\*

В. А. Даугавет

vadaug@yandex.ru

12 апреля 2011 г.

Требуется решить задачу линейного программирования, представленную в первой канонической форме

$$f(x) := c[N] \cdot x[N] \rightarrow \min_{x \in \Omega}, \quad (1)$$

где

$$\Omega = \{x[N] \mid A[M, N] \cdot x[N] = b[M], \quad x[N] \geq \mathbb{O}[N]\}.$$

Здесь  $M = \{1, 2, \dots, m\}$ ,  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ , матрица  $A[M, N]$  — произвольная прямоугольная вещественная матрица, в частности, может быть  $m > n$ .

В докладе [1] описан алгоритм решения такой задачи. Алгоритм основан на модифицированном симплекс-методе с применением правила Блэнда, гарантирующего конечность алгоритма. В данной работе для численного решения задачи (1) представлена процедура **SimplBlend** на языке Turbo Pascal 7.0, использующая описанный в [1] алгоритм.

**1°.** Входными параметрами процедуры являются: числа  $m$ ,  $n$ , матрица  $A$ , векторы  $b$  и  $c$ , смысл которых очевиден из (1).

О вводе числовых значений для параметров  $m$ ,  $n$  будет сказано ниже.

Остальные числовые данные должны быть записаны в файле DAN.txt, из которого процедура их читает. Сначала записывается матрица  $A[1 : m, 1 : n]$  по строкам, затем вектор  $b[1 : m]$ , а затем вектор  $c[1 : n]$ .

---

\*Семинар по дискретному гармоническому анализу и геометрическому моделированию «DHA & CAGD»: <http://www.dha.spb.ru/>

Например, если

$$m = 2, \quad n = 3, \quad b = (-2, 0), \quad c[1 : 3] = (1, 1, -2),$$

$$A[1 : 2, 1 : 3] = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 7 & 0 & 4 \end{pmatrix},$$

то в DAN.txt должно быть записано:

$$\begin{array}{ccc} 3 & 6 & -1 \\ 7 & 0 & 4 \\ \\ -2 & 0 & \\ \\ 1 & 1 & -2 \end{array}$$

Для обращения к процедуре **SimplBlend** следует составить программу SIB. Входные параметры  $m$ ,  $n$ , а также параметры, регулирующие точность вычислений в процедуре, задаются в разделе констант в программе SIB.

```

program SIB;

const m=5; n=8; {параметры задачи}
      e0=1e-8; {сравнение с нулем}
      ed=1e-7; {проверка на оптимальность}
      e1=1e-7; {проверка на наличие планов}
      ITER=1000; {ограничение числа итераций}
procedure SimplBlend;
  {тело процедуры будет описано в приложении}

Begin
  SimplBlend;
End.

```

В результате работы процедуры в файл RESULT.txt заносится следующий текст.

- а) Если задача решена, то выдаётся:
- число проделанных итераций,
  - решение задачи  $x[1 : n]$ ,

- двойственный вектор  $u[1 : m]$ ,
- значение целевой функции  $f(x)$ .
- контрольная проверка результата.

б) Если число итераций превысило константу ITER, то выдаётся текст

Число итераций превысило ITER

Тогда следует либо увеличить константу ITER, либо увеличить константы, связанные с точностью вычислений.

в) Если  $\Omega$  пусто, выдаётся текст

НЕТ ПЛАНОВ f=...

Здесь  $f$  равна сумме искусственных переменных. Если  $f$  близка к константе  $\epsilon 1$ , константу можно увеличить и повторить вычисления.

г) Если  $\Omega$  не пусто, но задача не имеет решения, то выдаётся текст

НЕТ РЕШЕНИЯ

**2°. ПРИМЕР.** Пусть  $m = 5$ ,  $n = 8$ . Исходные данные задачи:

$$A[1 : 5, 1 : 8] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & -7 & -1 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 3 & 1 & 8 & 0 & -3 & -1 & -8 \\ 4 & 1 & -5 & 2 & -4 & -1 & 5 & -2 \\ 2 & -6 & 0 & 3 & -2 & 6 & 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$b[1 : 5] = (1, 0, 0, 0, 0),$$

$$c[1 : 8] = (2, 1, -1, -2, -1, 1, 5, 3).$$

Содержимое файла RESULT.txt после окончания работы программы:

В результате работы программы SIB  
за 10 итераций получено решение:

$$x[1] = 6.7015399077E-12$$

$$x[2] = 1.4719453726E-12$$

$$x[3] = 5.5008473409E-12$$

$$x[4] = 4.9999999999E-01$$

$$x[5] = 0.0000000000E+00$$

x[6]= 0.0000000000E+00  
x[7]= 0.0000000000E+00  
x[8]= 4.9999999999E-01

Двойственный вектор:

u[1]= 5.0000000001E-01  
u[2]= 1.2192982456E+00  
u[3]= 6.7543859648E-01  
u[4]= -5.2631578940E-02  
u[5]= 2.4561403508E-01

Значение целевой функции f= 5.0000000001E-01

Контроль:

| Ax-b | = 3.6379788071E-12  
<u,b>-f= 0.0000000000E+00  
uA-c<= 2.0008883439E-11

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. В. Агафонова, В. А. Даугавет. *Вырожденность в задачах линейного программирования* // Семинар «DHA & CAGD». Избранные доклады. 11 декабря 2010 г. (<http://dha.spb.ru/reps10.shtml#1211>)